13. Auf einem Tisch liegen 99 Stäbe, ihre Längen sind: 1 *cm*, 2 *cm*, 3 *cm*, …, 99 *cm*. Andreas und Bea spielen das folgende Spiel: Sie nehmen abwechselnd je ein Stäbchen vom Tisch; Andreas beginnt. Das Spiel ist beendet, wenn noch genau drei Stäbe auf dem Tisch liegen. Wenn aus diesen Stäben ein Dreieck gebildet werden kann, gewinnt Andreas, sonst Bea. Welche der gegebenen Antworten können richtig sein?

(A) *Es kann sein, dass Andreas gewinnt.*

(B) *Es kann sein, dass Bea gewinnt.*

(C) *Es ist egal, wie Bea spielt, Andreas kann gewinnen.*

(D) *Es ist egal, wie Andreas spielt, Bea kann gewinnen.*

(E) *Genau zwei der vorherigen Antworten sind richtig.*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Die zwei Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks bezeichnen wir mit a und b, die zur Hypotenuse c gehörenden Höhe mit h. Welche Strecke ist länger: $a+b$ oder $h+c$? Die Antwort muss begründet werden!

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

2022

C. F. GAUSS

1. RUNDE

KLASSE 12
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 12
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
ZSUZSANNA WERNER, *Mathematiklehrerin*

Lektor der Übersetzung:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

Koordinatorin:
ZSUZSANNA WERNER, *Mathematiklehrerin*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
GEORG PROBST, *Informatiker*
RÓBERT CSUKA, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Wir schneiden die Ecken eines kompakten Würfels ab, dabei entsteht ein neuer Körper. Acht Seitenflächen des neuen Körpers sind Dreiecke, sechs Seitenflächen Siebenecke. Wie viele Kanten hat der neue Körper insgesamt?

(A) *14* **(B)** *24* **(C)** *33* **(D)** *42* **(E)** *66*

2. In einem Café gibt es drei Tische für je zwei Personen. An den drei Doppeltischen sitzen 6 Personen, von denen 3 Kaffee und 3 Tee trinken. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es einen Tisch gibt, an dem beide Tee trinken?

(A) *0,4* **(B)** *0,5* **(C)** *0,6* **(D)** *0,7* **(E)** *0,8*

3. Die Zahlen a, b, c, d sind positiv. Von den sechs Produkten ab, ac, ad, bc, bd, cd sind fünf konkret mit ihren Zahlenwerten bekannt. Diese Werte sind (nicht unbedingt in der gegebenen Reihenfolge) 2, 3, 4, 5 und 6. Wie groß ist das sechste Produkt?

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *2,4* **(D)** *2,8* **(E)** *3*

4. Anna macht eine Beobachtung bezüglich der drei Zahlen an der Tafel: Erhöht man jede dieser Zahlen um 1 und multipliziert man sie anschließend, dann ist das Ergebnis um 1 größer als das Produkt der drei Zahlen an der Tafel. Eine ähnliche Beobachtung hatte Bea, sie stellte fest: Das Produkt der drei Zahlen an der Tafel vermehrt um 2 ist gleich dem Ergebnis, das sie erhält, wenn sie die Zahlen je um 2 vermehrt und anschließend das Produkt bildet. Angenommen, wir würden die Zahlen an der Tafel je um 3 erhöhen und multiplizieren, um wie viel mehr wäre dann das Ergebnis als das Produkt der ursprünglichen Zahlen?

(A) *um 1 mehr* **(B)** *um 2 mehr* **(C)** *um 3 mehr*
(D) *um 6 mehr* **(E)** *um 9 mehr*

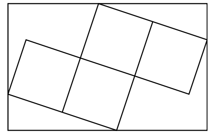
5. Welchen Wert kann der Term $\lg(x)-\lg(y)$ annehmen, wenn x und y positive Zahlen sind, für die gilt: $10x^2-101xy+10y^2=0$?

(A) *−2* **(B)** *−1* **(C)** *0* **(D)** *1* **(E)** *2*

6. Ilva hat die kleinste natürliche Zahl n gefunden, so dass das Produkt $(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$ ohne Rest durch 1000 teilbar ist. Welche der unten angegebenen Ziffern können in Ilvas natürlicher Zahl vorkommen?

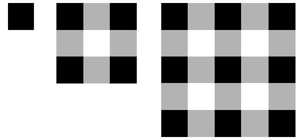
(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *4* **(E)** *5*

7. Aus einem Rechteck mit den Maßen 11 *cm* × 7 *cm* haben wir dem nebenstehenden Bild entsprechend vier kongruente Quadrate herausgeschnitten. Wie viel Prozent des Flächeninhalts des Rechtecks sind Abfall?



(A) *weniger als 40%* **(B)** *mehr als 40%* **(C)** *weniger als 45%*
(D) *weniger als 50%* **(E)** *mehr als 50%*

8. Wir erstellen eine Reihe von Bildern aus schwarzen, grauen und weißen Quadraten wie es rechts zu sehen ist. Wie viele graue Quadrate können insgesamt in einem der Bilder der Reihe erscheinen, wenn wir das Verfahren lange genug fortsetzen? Überprüft diesbezüglich die Angaben. (Die Regel für die Reihe ist: schwarz-grau-schwarz-grau-…-schwarz; darauf folgt: grau-weiß-grau-weiß-…-grau; dann wieder: schwarz-grau-schwarz-grau-…-schwarz; usw.. Die letzte Reihe ist wie die erste.)



(A) *1848* **(B)** *1860* **(C)** *1956* **(D)** *1984* **(E)** *2022*

9. Wir quadrieren die Zahl, die aus 112 Einsen besteht. An der wie vielten Stelle steht im Ergebnis in Dezimalform eine Null, wenn wir von der letzten Ziffer aus nach links zählen?

(A) *64.* **(B)** *66.* **(C)** *73.* **(D)** *77.* **(E)** *82.*

10. Bestimmt die Anzahl jener quadratischen Säulen, die unterschiedliche Maße haben, aber die folgenden Eigenschaften besitzen: Ihre in *cm* angegebenen Kantenlängen sind positive ganze Zahlen und die Maßzahlen der Oberflächen in cm^2 bzw. die Maßzahlen der Volumina in cm^3 stimmen überein.

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *Mehr als 5*

11. Wir betrachten das kleinste Vielfache der Zahl 81, welches nur aus den beiden Ziffern 0 und 1 besteht. Findet heraus, welche der gegebenen Antworten die letzten drei Ziffern des Vielfachen darstellt.

(A) *101* **(B)** *111* **(C)** *011* **(D)** *001* **(E)** *110*

12. Alle Felder einer 13×13-Tabelle sind mit je einer Zahl so beschriftet, dass die Summe der Zahlen in jeder der 13 Zeilen und 13 Spalten gleich ist. Wie viele Zahlen müssen so verändert werden, dass danach mit Sicherheit alle der 26 Summen unterschiedlich sind? Überprüft die Angaben!

(A) *15* **(B)** *16* **(C)** *17* **(D)** *18* **(E)** *19*

Achtung! Aufgaben 13-14 folgen auf der nächsten Seite.