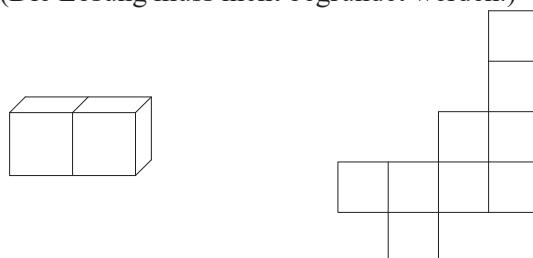


13. Sei  $S_0$  eine endlich lange Zahlenfolge. Mit Hilfe dieser Folge  $S_0$  bekommt man die Folge  $S_1$  folgendermaßen: Anstelle jedes Gliedes der Folge  $S_0$  wird die Zahl eingetragen, die anzeigt, wie oft dieses Glied in der Folge  $S_0$  vorgekommen ist. Wenn z.B.  $S_0 = (1, 2, 3, 2, 1)$  ist, ist  $S_1 = (2, 2, 1, 2, 2)$ . Die Zahlenfolge  $S_0$  kann beliebig sein. Welche der folgenden Folgen kann man so als  $S_1$  erhalten?

- (A)  $(1, 2, 3, 3, 2, 1)$       (B)  $(2, 2, 2, 2, 2, 2)$       (C)  $(1, 2, 1, 2, 1, 2)$   
 (D)  $(1, 3, 1, 3, 1, 3)$       (E)  $(2, 3, 2, 3, 2, 3)$

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Annette hat aus einem karierten Blatt den Körper auf der linken Seite gefaltet. Anschließend hat sie ihn entlang dem Gitternetz aufgeschnitten und ausgebreitet. Sie hat aber im Netz (Abbildung rechts) ein kleines Quadrat weggelassen. Zeichnet dieses Netz zusammen mit dem zehnten Quadrat auf alle möglichen Weisen! Vorsicht, bei einer falschen Abbildung werden Punkte abgezogen! (Die Lösung muss nicht begründet werden.)



„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

# BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

2020



C. F. GAUSS



J. BOLYAI

1. RUNDE

KLASSE 12  
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 12  
(ÖSTERREICH)

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:  
PROF. DR. FREUND TAMÁS

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,  
Vizepräsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:  
NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:  
ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:  
THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer

KOORDINATORIN:  
ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:  
GEORG PROBST, Informatiker  
CSUKA RÓBERT, Elektroingenieur



[www.bolyaiteam.at](http://www.bolyaiteam.at) / [www.bolyaiteam.de](http://www.bolyaiteam.de)

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Die beiden unterschiedlichen Zahlen  $a$  und  $b$ , beide ungleich 0, erfüllen die Gleichung  $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$ . Welchen der folgenden Werte kann dann  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  annehmen?

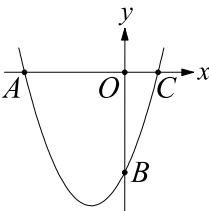
(A)  $-1$       (B)  $-\frac{1}{2}$       (C)  $0$       (D)  $\frac{1}{2}$       (E)  $1$

2. Die Zahl 2020 wird in eine Summe von einigen positiven ganzen Zahlen zerlegt. Welcher Rest entsteht, wenn man die Summe der dritten Potenzen dieser Zahlen durch 6 teilt?

(A)  $0$       (B)  $2$       (C)  $3$       (D)  $4$       (E)  $5$

3. Man weiß über den Graphen der Funktion  $y = f(x) = x^2 + ax + b$  in der Abbildung, dass die Gerade  $AB$  senkrecht auf der Geraden  $y = x$  steht. Wie groß kann die  $x$ -Koordinate des Punktes  $C$  sein?

(A)  $\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $1$       (D)  $2$       (E)  $4$



4. Wie viele Faktoren des Produkts  $99! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots \cdot 98 \cdot 99$  können weggelassen werden, damit das Produkt der übriggebliebenen Faktoren auf 2 endet?

(A)  $18$       (B)  $19$       (C)  $20$       (D)  $21$       (E)  $22$

5. Wie viele verschiedene Paare  $(a; b)$  natürlicher Zahlen konnte Diana in ihr Heft schreiben, bei denen bei jeder ganzen Zahl  $x$  der Wert des Terms  $x^2 + ax + b$  ein Vielfaches von 3 ist?

(A)  $0$       (B)  $1$       (C)  $2$       (D) weniger als 2      (E) mehr als 2

6. Während eines Versuchs kamen 100 Bakterien und 2 Viren in ein Reagenzglas. Jeder Virus tötet jede Sekunde eine Bakterie, gleich danach verdoppeln sich alle Viren und Bakterien. Nach wie vielen Sekunden der folgenden Möglichkeiten leben keine Bakterien mehr in diesem Reagenzglas? Markiert alle Lösungen.

(A)  $25$       (B)  $45$       (C)  $51$       (D)  $60$

(E) Nach beliebiger Anzahl von Sekunden leben noch Bakterien im Reagenzglas.

7. Bestimmt den Wert von  $a_{10} + a_9 + a_8 + a_7 + a_6 + a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1$ , wenn  $(3x-1)^{10} = a_{10}x^{10} + a_9x^9 + a_8x^8 + a_7x^7 + a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  ist. Der Wert ist...

(A) gerade      (B) ungerade      (C) 1023      (D) 1024      (E) 1025

8. In einem geraden Kreiskegel ist sowohl die Länge der erzeugenden Mantellinie als auch der Durchmesser des Grundkreises des Kegels 20 cm lang. Es gibt ein 2 cm breites Klebeband. Ein wie langes Stück der folgenden Möglichkeiten kann man davon auf den Mantel des Kegels ohne Knitterfalte, Riss (Schnitt) oder Überlappung kleben?

(A)  $34$       (B)  $36$       (C)  $38$       (D)  $40$       (E)  $42$

9. Es gibt ein dreidimensionales (d.h. nicht alle Seiten befinden sich in derselben Ebene) ...

(A) Viereck, bei dem alle Seiten und Winkel gleich groß sind.

(B) Fünfeck, das genau 4 rechte Winkel hat und bei dem alle Seiten gleich lang sind.

(C) Fünfeck, bei dem genau 4 Seiten gleich lang sind und das nur rechte Winkel hat.

(D) Sechseck, das nur rechte Winkel hat und bei dem alle Seiten gleich lang sind.

(E) Achteck, das nur rechte Winkel hat und bei dem alle Seiten gleich lang sind.

10. Höchstens wie viele Ebenen lassen sich zu einem Tetraeder so legen, dass sie immer wieder eine bestimmte, aber von allen Eckpunkten des Tetraeders gleiche Entfernung haben?

(A)  $3$       (B)  $4$       (C)  $5$       (D)  $7$       (E)  $9$

11. Ein räumliches Viereck ist eine vierseitige Figur, deren Ecken nicht alle in einer gemeinsamen Ebene liegen. Wie viele rechte Winkel kann ein räumliches Viereck insgesamt haben?

(A)  $0$       (B)  $1$       (C)  $2$       (D)  $3$       (E)  $4$

12. Sophie hat sieben verschiedene ungerade Zahlen in aufsteigender Reihenfolge notiert und das arithmetische Mittel berechnet. Kathy hat von diesem Wert die mittlere Zahl subtrahiert. Sie behauptet, das Ergebnis ist  $\frac{13}{7}$ . Kathy kann nicht Recht haben, wenn eine der folgenden Zahlen notiert wurde:

(A)  $1$       (B)  $3$       (C)  $5$       (D)  $17$       (E)  $19$